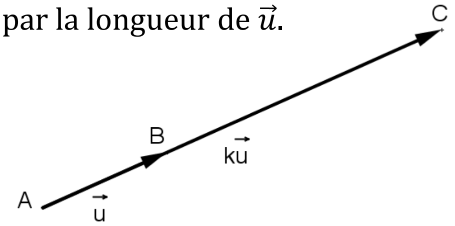
Vecteurs : Produit par un réel - Vecteurs colinéaires
Application au parallélisme et à l'alignement

I. Multiplication d'un vecteur par un nombre réel

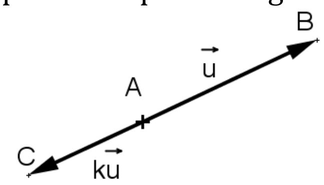
Définition : Soit $\vec{u}$ un vecteur et k un nombre réel non nul.
Le vecteur produit du vecteur $\vec{u}$ par le réel k noté $k\vec{u}$ est tel que :

$k\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont même direction et

Lorsque $k > 0$
- $k\vec{u}$ a le même sens que $\vec{u}$
- la longueur de $k\vec{u}$ est le produit de k par la longueur de $\vec{u}$.



Lorsque $k < 0$
- $k\vec{u}$ est de sens opposé à celui de $\vec{u}$
- la longueur de $k\vec{u}$ est le produit de l'opposé de k par la longueur de $\vec{u}$.



Exemples :
Tracer un segment $[AB]$ tel que $AB = 4$ cm .
Placer les points D et E tels que $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$

Propriétés : Règles de calculs
- $k\vec{u} = \vec{0}$ équivaut à $k = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$
- Pour tout réels k, k' et tout vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$:
  $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$
  $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$
  $k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$

Exemples :
Si $-2\overrightarrow{AB} = \vec{0}$, alors $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$, car $-2 \neq 0$. Donc $A = B$.
$2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AB} = (2+3)\overrightarrow{AB} = 5\overrightarrow{AB}$
$3\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{CB} = 3\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}\right) = 3\overrightarrow{AB}$
$-3 \times \left(\frac{2}{3}\vec{u}\right) = \left(-3 \times \frac{2}{3}\right)\vec{u} = -2\vec{u}$

Caractérisation du milieu :
I est le milieu du segment $[AB]$ si, et seulement si, $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ (ou encore $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{IB}$)

II. Colinéarités de deux vecteurs

Définition : Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dits **colinéaires** s'il existe un nombre réel k non nul tel que $\vec{v} = k\vec{u}$.
Par convention, le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur du plan.

Remarque :
Dire que deux vecteurs non nuls $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{CD}$ sont colinéaires signifie qu'ils ont la même direction, c'est-à-dire que les droites (AB) et (CD) sont parallèles ou confondues.

Propriétés **:**
- Trois points distincts A, B et C sont **alignés** si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.
- Deux droites (AB) et (CD) sont **parallèles (ou confondues)** si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.