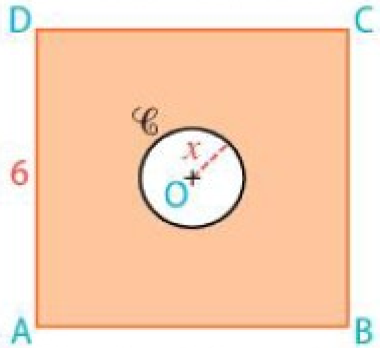
Modélisation par des fonctions

Exercice 1

ABCD est un carré de côté 6 et de centre O, $\mathscr{C}$ est un cercle de centre O, non réduit à un point, situé strictement à l'intérieur du carré. On note x le rayon de $\mathscr{C}$.



1. Déterminer l'intervalle I dans lequel le réel x peut varier.

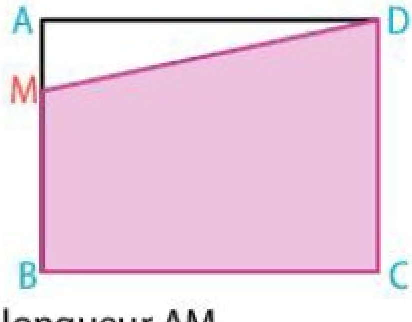
2. On note A la fonction qui à chaque réel x de I associe l'aire de la surface colorée en orange.

a. Donner une expression de la fonction A.

b. Déterminer les rayons possibles du cercle $\mathscr{C}$ afin que l'aire de la surface colorée soit supérieure ou égale à 23.

Exercice 2

ABCD est un rectangle tel que AB = 3 et BC = 4, et M est un point du segment [AB], distinct de A et B.



1. Yanis note a la longueur AM.

a. Dans quel intervalle varie a ?

b. Donner l'expression de l'aire du triangle ADM en fonction de a.

2. Lina a fait un autre choix : elle appelle b cette variable et dit que l'expression de AM en fonction de b est $3 - b$.

a. Que représente la variable b et quel intervalle la contient ?

b. Donner l'expression de l'aire du quadrilatère BCDM en fonction de b.

3. Déterminer la position du point M pour laquelle l'aire du quadrilatère BCDM est égale à 8.

Exercice 3

Un fabricant de glace souhaite créer un cône en gaufrette pour contenir les boules de glace.
Les trois contraintes à respecter sont :
– le rayon de la base circulaire doit être inférieur ou égal à 10 cm ;
– la hauteur du cône doit être quatre fois plus grande que le rayon ;
– le volume du cône doit être égal à 12 cL.
Soit V la fonction qui, à chaque rayon r de la base circulaire du cône, exprimé en cm, associe le volume de ce cône, en cm^3.

1. a. Sur quel ensemble est définie la fonction V ? Justifier.

b. Donner l'expression de V, notée $V(r)$.

2. a. Convertir 12 cL en cm^3 et déterminer alors le rayon du cône qui respecte les trois conditions. Arrondir le résultat au centimètre.